

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA							VR							

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 26/01/2011**  
**II parte**

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ 1 - e^{x-1} & x > 1 \end{cases}$$

si disegni il suo grafico usando le trasformazioni elementari. Usando le definizioni, si dica poi se la funzione  $f$  è continua e derivabile in tutto il suo dominio. Si calcoli infine l'integrale di  $f$  sull'intervallo  $[-1, 2]$ .

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (0, 3, -1) \quad , \quad v^2 = (3, -2, 4) \quad , \quad v^3 = (6, 5, 5)$$

si stabilisca se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si determini la dimensione e una base del sottospazio  $S$  di  $\mathbb{R}^3$  da essi generato. Si scriva  $v^1$  come combinazione lineare di  $v^2$  e  $v^3$ . Si dica infine se anche il vettore  $(1, 1, 1)$  appartiene al sottospazio  $S$ .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{(x+1) \ln y}$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se tale insieme è aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si disegni in quali punti del dominio la funzione si annulla. Si calcoli infine il gradiente di  $f$ .

---

QUESITO 1. Si enunci il teorema degli zeri.

QUESITO 2. Quali relazioni sussistono tra continuità e derivabilità di una funzione?

QUESITO 3. Si enunci la regola di integrazione per parti.

QUESITO 4. Si indichino le condizioni affinché il rango di una matrice  $3 \times 4$  sia uguale a 2

QUESITO 5. Si scriva la definizione di derivata parziale di una funzione  $f(x, y)$  rispetto ad  $x$  nel punto  $(x_0, y_0)$ .