

COGNOME															
NOME															
MATRICOLA							VR								

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 09/02/2011
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \ln(3x) + \frac{3}{x-3}$$

si determini il suo dominio (insieme di esistenza) e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f , si trovino i punti stazionari e con le informazioni ottenute si disegni un grafico di f . Si calcoli infine l'integrale di f sull'intervallo $[1, 2]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la trasformazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2y + z \\ -x + 2y - z \\ x + y \end{pmatrix}$$

si determinino la dimensione e una base dell'immagine di f e del nucleo di f .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln x + \sqrt{x^2 + (y-1)^2 - 1}$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio e si dica se tale insieme è aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcoli il gradiente di f . Si dica infine se il punto $(1, 1)$ appartiene alla curva di livello 0 della funzione f .

QUESITO 1. Che cosa significa che un punto è interno ad un insieme?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione è continua nel punto x_0 ?

QUESITO 3. Si enunci uno dei teoremi sulle funzioni derivabili.

QUESITO 4. Si enunci uno dei criteri di convergenza per gli integrali generalizzati.

QUESITO 5. Che cosa afferma il teorema di Rouché-Capelli?