COGNOME															
NOME															
MATRICOLA					VR										

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 03/06/2011
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + 2\ln x}$$

si determini il suo dominio (insieme di esistenza) e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si dica se ci sono punti stazionari. Con le informazioni ottenute si disegni un grafico di f. Sulla base del grafico si determini infine l'immagine di f, cioè l'insieme dei valori che la funzione assume al variare di x nel dominio.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (0, 3, 6) \quad , \quad v^2 = (3, -2, 5) \quad , \quad v^3 = (-1, 4, 5)$$

si dica se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si determinino la dimensione e una base del sottospazio da essi generato. Infine, detta V la matrice formata dai tre vettori disposti in colonna e detta f la trasfomazione lineare rappresentata da V, si dica se esistono vettori v diversi dal vettore nullo per cui $f(v)$ è uguale al vettore nullo.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln y + \sqrt{x - y^2 + 1}$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se i punti $(0, 0)$ e $(0, 1)$ sono entrambi di frontiera per il dominio di f. Si calcoli infine il gradiente di f.

QUESITO 1. Se A e B sono due insiemi, che cosa è l'unione di A e B?

QUESITO 2. Che cosa si può dire di una funzione f se risulta $f'(x) < 0$ per ogni x dell'intervallo I?

QUESITO 3. Si indichino almeno due proprietà di una funzione f che garantiscono la sua integrabilità in un intervallo $[a, b]$.

QUESITO 4. Si fornisca l'espressione generale di una serie geometrica.

QUESITO 5. Che cosa è la curva di livello 1 di una funzione $f(x, y)$?