COGNOME															
NOME															
MATRICOLA						VR									

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 29/06/2011
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 1 + \frac{1}{\ln(-x) - 1}$$

si determini il suo dominio (insieme di esistenza) e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si dica se ci sono punti stazionari. Con le informazioni ottenute si disegni un grafico di f. Si dica perché alla funzione f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-2, -1]$ e si dica infine che cosa afferma la tesi del teorema.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (2, -1, -1) \quad , \quad v^2 = (1, 0, -1) \quad , \quad v^3 = (1, 1, -2)$$

si dica se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si determinino la dimensione e una base del sottospazio da essi generato. Infine, detta A la matrice formata dai tre vettori disposti in riga, si risolva con il metodo di riduzione e la regola di Cramer il sistema lineare $Ax = 0$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{y}{x^3 + 1} + \ln y$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si calcoli il gradiente di f. Si consideri infine la serie di termine generale $f(n, 1)$, cioè la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} f(n, 1)$, e se ne studi il carattere.

QUESITO 1. Se A e B sono due insiemi, che cosa è il prodotto cartesiano di A e B?

QUESITO 2. Si dica che cosa afferma il teorema degli zeri.

QUESITO 3. Si fornisca l'interpretazione geometrica della derivata di una funzione f in un punto x_0.

QUESITO 4. Se f è una funzione definita nell'intervallo $[a, b]$, come viene definita la sua funzione integrale nello stesso intervallo?

QUESITO 5. Che cosa è un punto di massimo globale per una funzione $f(x, y)$?