

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|--|--|--|--|--|--|----|--|--|--|--|--|--|--|
| COGNOME | | | | | | | | | | | | | | |
| NOME | | | | | | | | | | | | | | |
| MATRICOLA | | | | | | | VR | | | | | | | |

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 21/09/2011
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln(1 - x^2)$$

si determini il suo dominio (insieme di esistenza), si calcolino i limiti significativi e, con le informazioni ottenute, si disegni un possibile grafico di f . Si calcoli poi la derivata di f . Si dica infine se la tangente al grafico di f nel punto di ascissa $\frac{1}{2}$ ha pendenza positiva, negativa o nulla.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati in \mathbb{R}^4 i vettori

$$v^1 = (0, 1, -1, 0) \quad , \quad v^2 = (1, 0, 0, -1) \quad , \quad v^3 = (-1, 1, -1, 0)$$

si dica se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si determini la dimensione del sottospazio di \mathbb{R}^4 da essi generato. Infine, detta A la matrice formata dai tre vettori disposti in *riga*, si dica se il sistema lineare omogeneo $Ax = 0$ ha soluzioni non banali (cioè non nulle).

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{-x^2 + 2x - y} + \ln(x + 2y)$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si calcoli il gradiente di f . Si scriva infine la restrizione di f sui punti del dominio che stanno sull'asse x .

- QUESITO 1. Che cosa si intende con massimo di un insieme A di numeri reali ($\max A$)?
- QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente?
- QUESITO 3. Si indichi la relazione tra la continuità e la derivabilità di una funzione (di una variabile).
- QUESITO 4. Che cosa è il nucleo di una trasformazione lineare da \mathbb{R}^n ad \mathbb{R}^m ?
- QUESITO 5. Si scriva la definizione di derivata parziale di una funzione $f(x, y)$ rispetto ad y in un punto (x_0, y_0) .