COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 13/01/2012
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + e^{-x}$$

si determini il suo dominio (insieme di esistenza), si calcolino i limiti significativi e, con le sole informazioni ottenute, si disegni un possibile grafico di f. Si calcoli poi la derivata di f. Si calcoli quindi $\int_{-e}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$. Si calcoli infine, attraverso la definizione, $\int_{1}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

si dica se le colonne di A sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si dica se le righe di A sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si determini la dimensione del sottospazio generato dalle righe di A e si dica se il sottospazio generato dalle colonne di A è tutto $\mathbb{R}^3$. Infine si dica se il sistema lineare omogeneo $Ax = 0$ ha soluzioni non banali (cioè soluzioni non nulle).

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = x - \ln\left(4 - (x-1)^2 - y^2\right)$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si calcoli il gradiente di f. Si trovino infine gli eventuali punti stazionari di f.

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione f è continua nel punto x_0?

QUESITO 2. Che cosa significa che x_0 è punto di massimo globale per una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?

QUESITO 3. Si indichi la relazione tra la continuità e la derivabilità di una funzione (di una variabile).

QUESITO 4. Che cosa significa che i vettori $v^1, v^2, \ldots, v^k$ sono linearmente indipendenti?

QUESITO 5. Si scriva la definizione di derivata parziale di una funzione $f(x, y)$ rispetto ad y in un punto (x_0, y_0).