

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA									VR					

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 10/02/2012
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\ln x - 1}$$

si determini il suo dominio (insieme di esistenza), si calcolino i limiti significativi e, con le sole informazioni ottenute, si disegni un possibile grafico di f . Si calcoli poi la derivata di f . Si provi infine che alla funzione f è applicabile il teorema degli zeri nell'intervallo $[\frac{1}{e}, 2]$ e si dica che cosa si può quindi affermare.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri la trasformazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_3 \\ -x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix}.$$

Si dica tra quali spazi opera la trasformazione e scriva la sua matrice di rappresentazione. Si determini il rango di f e si indichi una base dell'immagine di f . Si provi infine che il vettore $w = (100, 99, 1)$ appartiene a tale immagine, scrivendolo come combinazione lineare dei vettori della base indicata.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{xy} + \ln(x - y^2)$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio e si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcoli poi il gradiente di f . Si scriva la restrizione di f ai punti dell'asse x contenuti nel dominio e si dica infine se in qualche punto dell'asse x tale restrizione si annulla.

QUESITO 1. Si enunci il teorema fondamentale delle funzioni continue in un intervallo.

QUESITO 2. Si dia la definizione di derivata di una funzione in un punto x_0 e se ne fornisca l'interpretazione geometrica.

QUESITO 3. Si indichi il metodo per il calcolo di un integrale di Riemann del tipo $\int_a^b f(x) dx$.

QUESITO 4. Sia dia la definizione di rango di una matrice.

QUESITO 5. Che cosa significa che una forma quadratica è indefinita?