

COGNOME													
NOME													
MATRICOLA									VR				

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 04/06/2012
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x + 2) & \text{se } -2 < x < -1 \\ x^2 - 1 & \text{se } -1 \leq x \leq 2, \end{cases}$$

se ne disegni il grafico, servendosi delle trasformazioni grafiche elementari. Si dica se la funzione è limitata inferiormente/superiormente nell'intervallo dato. Si indichino i punti a in cui risulta $f(a) = 0$ e i punti b in cui $f'(b) = 0$. Si dica se ci sono punti dell'intervallo $(-2, 2]$ in cui la funzione f non è continua o non è derivabile, motivando adeguatamente la risposta.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri la trasformazione lineare definita da

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 \\ -x_1 + 2x_2 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix}.$$

Si dica in quale spazio è definita la trasformazione e in quale spazio ha i suoi valori. Si scriva poi la sua matrice di rappresentazione. Si determini il rango di T e si indichi una base dell'immagine di T . Si dica infine se tra i vettori fondamentali di \mathbb{R}^3 almeno uno appartiene all'immagine di T .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{y(x + 1)} + \ln(1 - y^2)$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcoli poi il gradiente di f . Si dica infine se la funzione ha punti stazionari.

- QUESITO 1.** Si enunci il teorema degli zeri di una funzione.
- QUESITO 2.** Si dica che cosa è un punto stazionario di una funzione e se ne fornisca l'interpretazione geometrica.
- QUESITO 3.** Qual è la distinzione tra integrale indefinito e integrale definito della stessa funzione f in un intervallo $[a, b]$?
- QUESITO 4.** Se A è una matrice qualunque $m \times n$, si indichino le condizioni che devono essere verificate affinché A sia invertibile.
- QUESITO 5.** Che cosa si intende con forma quadratica? Se ne fornisca, inoltre, un esempio (in \mathbb{R}^2).