COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 18/06/2012
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \ln 2 - x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ \ln(2-x) & \text{se } 0 < x < 2, \end{cases}$$

se ne disegni il grafico, servendosi delle trasformazioni grafiche elementari. Si dica, sulla base del grafico, se la funzione è continua nell'intervallo dato e si confermi quanto trovato usando la definizione. Si dica infine se alla funzione f è applicabile il teorema di Rolle nell'intervallo $[-1, 1]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si considerino in $\mathbb{R}^3$ i vettori

$$v^1 = (1, 0, -1) \quad , \quad v^2 = (0, 2, 1) \quad , \quad v^3 = (3, 4, -1).$$

Si provi che essi sono linearmente dipendenti. Si scriva il vettore nullo come combinazione lineare non banale di v^1, v^2, v^3. Detto V il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dai tre vettori, si determini la dimensione e una base di V.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln\big(x + 2y\big) + \ln\big(2x - x^2 - y^2\big)$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcolino le derivate parziali della funzione f. Si scriva infine la restrizione di f ai punti dell'asse x contenuti nel dominio della funzione.

QUESITO 1. Dati due insiemi A e B, si dica che cosa è l'intersezione di A e B.

QUESITO 2. Si enunci il teorema degli zeri di una funzione.

QUESITO 3. Si dica che cosa è un punto di massimo locale di una funzione.

QUESITO 4. Che cosa si intende con integrale indefinito di una funzione f in un certo intervallo?

QUESITO 5. Si enunci il teorema di Rouché–Capelli.