

COGNOME																				
NOME																				
MATRICOLA														VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 14/09/2012
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$$

si determini il suo dominio (insieme di esistenza) e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si trovino gli eventuali punti stazionari e di massimo/minimo. Si disegni quindi un possibile grafico di f e si determini l'immagine della funzione. Si calcoli infine l'integrale $\int_1^e f(x) dx$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri la trasformazione lineare T rappresentata dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Si indichi tra quali spazi è definita la trasformazione T . Si scriva l'espressione di T . Si determini l'immagine di T . Si dica infine se il vettore $(100, 101)$ è immagine attraverso T di qualche vettore di \mathbb{R}^4 , ed eventualmente quali.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{(x - 1)(x^2 + y^2 - 1)}$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcoli il gradiente di f . Si trovino i punti stazionari di f .

QUESITO 1. Che cosa significa che da un insieme A ad un insieme B è definita una funzione f , cioè in simboli $f : A \rightarrow B$?

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Lagrange (del valor medio).

QUESITO 3. Che cosa si intende con serie geometrica?

QUESITO 4. Sia dia la definizione di rango di una matrice.

QUESITO 5. Si enunci il teorema di Rouché–Capelli sui sistemi lineari.