COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 25/01/2013
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -e^x & x \leq 0 \\ \ln(x+1) & x > 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari e si determini l'immagine di f, cioè l'insieme dei valori che f assume. Si dica in quali punti di $\mathbb{R}$ f è derivabile. Si dica perché f è integrabile nell'intervallo $[-1, 1]$ e si calcoli infine $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

si verifichi, il base al teorema di Rouché–Capelli, che esso ha soluzioni. Usando poi il metodo di riduzione, si trovino le sue soluzioni, esprimendole nella forma

soluzione particolare + soluzioni del sistema omogeneo associato.

Si indichi infine una soluzione di norma 1.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln\left[(x + y + x^2)^2\right],$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si calcoli il gradiente di f e si dica se la funzione ha punti stazionari. Si provi graficamente che la retta di equazione $x + y - 1 = 0$ è interamente contenuta nel dominio di f e si scriva la restrizione di f a tale retta.

QUESITO 1. Che cosa significa che un punto x_0 è interno ad un intervallo I?

QUESITO 2. Si dica che cosa significa che una funzione è continua in un punto x_0

QUESITO 3. Si enunci il teorema fondamentale del calcolo

QUESITO 4. Quando un sottoinsieme di $\mathbb{R}^n$ si dice sottospazio di $\mathbb{R}^n$?

QUESITO 5. Si dia la definizione di derivata parziale di una $f(x, y)$ rispetto ad x nel punto (x_0, y_0)