COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 08/02/2013
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln x,$$

si determini il suo dominio (insieme di esistenza) e si calcolino i limiti significativi. Si disegni quindi un possibile grafico di f. Si calcoli la derivata di f e si trovino gli eventuali punti di massimo e di minimo. Si calcoli infine l'integrale $\displaystyle\int_2^e f(x)\,\mathrm{d}x$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ -x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

si verifichi, il base al teorema di Rouché–Capelli, che esso ha soluzioni. Si calcolino poi le soluzioni del sistema. Si indichi infine una soluzione ortogonale al vettore $(1, 1, -1)$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{x+2y} + \ln\big[1 - (x+1)y\big],$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcoli il gradiente di f e si verifichi che il punto $(-1, 0)$ non è stazionario.

QUESITO 1. Si enunci il teorema degli zeri

QUESITO 2. Data una funzione derivabile f e un punto x_0, si fornisca l'interpretazione geometrica di $f'(x_0)$, cioè della derivata di f in x_0

QUESITO 3. Si dica che cosa è una serie geometrica e si dica in quali casi essa converge

QUESITO 4. Quali sono le proprietà che caratterizzano una trasformazione lineare?

QUESITO 5. Si dica che cosa è il gradiente secondo (o matrice Hessiana) di una funzione $f(x, y)$