COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 07/06/2013
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & x < 0 \\ -x^2 + 2x & x \geq 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari e si determini l'immagine di f, cioè l'insieme dei valori che f assume. Si dica se f è continua e derivabile in tutti i punti del suo dominio. Si indichino gli eventuali punti di massimo/minimo, globali e locali. Si dica infine se $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$ è positivo o negativo.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Sia S il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dai vettori

$$v^1 = (2,3,2) \quad , \quad v^2 = (1,2,0) \quad , \quad v^3 = (0,-1,2) \quad , \quad v^4 = (1,0,4).$$

Si determini la dimensione ed una base di S. Si dica se S è uguale ad $\mathbb{R}^3$. Si trovi un vettore non nullo ortogonale a v^2 e v^3. Esistono in S vettori a componenti tutte negative?

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = xy - \ln\left(\frac{x}{y-1}\right),$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si calcoli il gradiente di f e si trovino eventuali punti stazionari. Si calcoli infine la matrice Hessiana (gradiente secondo).

QUESITO 1. Si enunci il teorema di Weierstrass

QUESITO 2. Data una funzione f, derivabile in un punto x_0, si fornisca l'interpretazione geometrica di $f'(x_0)$, cioè della derivata di f in x_0

QUESITO 3. Si indichino almeno due proprietà di una funzione che garantiscono la sua integrabilità (secondo Riemann) in un intervallo $[a,b]$

QUESITO 4. Si scriva l'espressione di una serie armonica generalizzata e si dica in quali casi essa converge

QUESITO 5. Che cosa significa, per definizione, che i vettori $v^1, v^2, \ldots, v^k$ sono linearmente indipendenti?