COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 25/06/2013
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = x - \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f, si trovino i punti stazionari e, con le informazioni ottenute, si disegni un possibile grafico di f. Si stabilisca infine se la funzione f è trascurabile rispetto alla funzione $g(x) = x$, per $x \to +\infty$, oppure è equivalente ad essa.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati in $\mathbb{R}^3$ i vettori

$$v^1 = (-1, 1, 2) \quad , \quad v^2 = (1, 1, -1) \quad , \quad v^3 = (-2, -1, 1),$$

si dica se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si indichino tutti i modi di scrivere il vettore nullo come combinazione lineare dei tre vettori dati. Indicato con S il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ da essi generato, si calcoli la dimensione di S e si forniscano due possibili basi di S. Trovare infine l'insieme dei vettori contemporaneamente ortogonali a v^1, v^2 e v^3.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(1 - x^2) \cdot \ln(2y - y^2 - x),$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio D. Si indichino un punto interno ed un punto di frontiera di D. Si calcoli il gradiente di f e si provi che il punto $(0, 1)$ è stazionario. Si determini infine la curva di livello 0 della funzione f.

QUESITO 1. Che cosa significa per definizione che una funzione f è decrescente in un intervallo (a, b)?

QUESITO 2. Se f è una funzione derivabile in $\mathbb{R}$, che cosa si può dire, della funzione f, in base al segno di f'?

QUESITO 3. Si enunci il teorema della media integrale

QUESITO 4. Dati in $\mathbb{R}^n$ i vettori $v^1, v^2, \ldots, v^k$, che cosa è il sottospazio generato da tali vettori?

QUESITO 5. Data una funzione $f(x, y)$, si indichino delle condizioni sufficienti per poter affermare che un punto (x_0, y_0) è di massimo locale per la funzione f