COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 17/09/2013
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) - x$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f, si trovino i punti stazionari e, con le informazioni ottenute, si disegni un possibile grafico di f. Si scriva infine l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 2$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati in $\mathbb{R}^3$ i vettori

$$v^1 = (1, -2, 1) \quad , \quad v^2 = (1, -1, 1) \quad , \quad v^3 = (0, 1, 1),$$

si dica se essi sono linearmente dipendenti o indipendenti e se formano una base di $\mathbb{R}^3$. Si scriva il vettore $(1, 0, 0)$ come loro combinazione lineare e si dica se è possibile scrivere un qualunque vettore di $\mathbb{R}^3$ come loro combinazione lineare. Si calcolino infine la norma di v^1 e il prodotto interno (o scalare) di v^2 e v^3.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(y - x + 1) + \ln(2x - x^2 - y^2),$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio D. Si indichino un punto interno ed un punto di frontiera di D. Si calcoli il gradiente di f e si dica se il punto $(1, \frac{1}{2})$ è stazionario.

QUESITO 1. Che cosa significa per definizione che una funzione f è continua in un punto x_0?

QUESITO 2. Che cosa significa per definizione che una funzione f è derivabile in un punto x_0?

QUESITO 3. In che cosa consiste la regola di De l'Hôpital per il calcolo dei limiti?

QUESITO 4. Che cosa significa fare una combinazione lineare dei vettori $v^1, v^2, \ldots, v^k$?

QUESITO 5. Data una funzione $f(x, y)$, come si può stabilire se un punto (x_0, y_0) è di massimo o di minimo per la funzione?