COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA
Vicenza, 14/11/2013
II parte

Questa è la II parte della prova intermedia scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = x^2 - \ln(x+1)$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f, si trovino i punti stazionari e si stabilisca se essi sono punti di massimo/minimo. Con le informazioni ottenute si disegni un possibile grafico di f. Attraverso il segno della derivata seconda si dica infine se la funzione è concava o convessa.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1-(x-1)^2 & x \leq 1 \\ 1+\sqrt{x-1} & x > 1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si stabilisca se alla funzione f è applicabile il teorema degli zeri nell'intervallo $[-1, 2]$. Si stabilisca se alla funzione f è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[-1, 2]$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Date le due funzioni

$$f(x) = e^{-x} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \frac{1}{x^2}$$

si scriva l'espressione delle due funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$. Si stabilisca poi, in base alla definizione, se

$$f(x) \quad \text{è trascurabile rispetto a} \quad g(x) \text{ , per } x \to +\infty.$$

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione è iniettiva?

QUESITO 2. Che cosa significa per definizione che una funzione f è continua in un punto x_0?

QUESITO 3. Si enunci il teorema di Weierstrass.

QUESITO 4. Che cosa significa per definizione che una funzione f è derivabile in un punto x_0?

QUESITO 5. In che cosa consiste la "regola" di De l'Hôpital per il calcolo dei limiti?