COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 22/01/2014
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 - 1 & x \leq 1 \\ -\ln(x-1) & x > 1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Sulla base del grafico si determini l'immagine di f, cioè l'insieme dei valori che f assume e si dica se esistono punti di massimo/minimo locali o globali. Si dica poi se f è continua e derivabile in $\mathbb{R}$. Si calcoli infine la media integrale di f nell'intervallo $[-1, 1]$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (0, -1, 1) \quad , \quad v^2 = (1, 2, -1) \quad , \quad v^3 = (-1, 1, 0)$$

si stabilisca se sono linearmente dipendenti o indipendenti usando la definizione. Si trovi conferma del risultato trovato attraverso il rango. Si dica se il primo vettore fondamentale di $\mathbb{R}^3$ appartiene al sottospazio S generato dai tre vettori e si dica infine se è vero che qualunque vettore di $\mathbb{R}^3$ appartiene ad S.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{x} \cdot \ln(1 - x - y^2),$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio D. Si dica se D è un insieme aperto, chiuso, o né aperto né chiuso. Si indichino un punto interno ed un punto di frontiera di D. Si dica in quali punti di D la funzione si annulla. Si calcoli il gradiente di f e si dica se l'origine è un punto stazionario.

QUESITO 1. Che cosa significa per definizione che una funzione f è continua in un punto x_0?

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Lagrange.

QUESITO 3. Si enunci un criterio di confronto per le serie.

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Cramer per i sistemi di equazioni lineari.

QUESITO 5. Si scriva la definizione di derivata parziale rispetto ad x nel punto (x_0, y_0) di una funzione $f(x, y)$ (come limite del rapporto incrementale).