

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA														

VR

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA

Vicenza, 22/01/2014

II parte

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$$

se ne calcoli l'integrale indefinito $\int f(x) dx$. Si calcoli poi la media integrale di f nell'intervallo $[1, e]$.

Si stabilisca infine se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} f(e^n)$ converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (0, -1, 1) \quad , \quad v^2 = (1, 2, -1) \quad , \quad v^3 = (-1, 1, 0)$$

si stabilisca se sono linearmente dipendenti o indipendenti usando la definizione. Si trovi conferma del risultato attraverso il rango. Si dica se il primo vettore fondamentale di \mathbb{R}^3 appartiene al sottospazio S generato dai tre vettori e si dica infine se è vero che qualunque vettore di \mathbb{R}^3 appartiene ad S .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y) - \ln(1 - x^2 - y^2)$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso, limitato o non limitato. Si calcoli il gradiente di f e si dica se l'origine è un punto stazionario. Determinare i punti del dominio in cui la funzione si annulla.

QUESITO 1. Che cosa si intende con integrale indefinito di una funzione f ?

QUESITO 2. Si dia l'espressione di una serie armonica generalizzata e si dica in quali casi essa converge.

QUESITO 3. Che cosa significa fare una combinazione lineare dei vettori v^1, v^2, \dots, v^k ?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Rouché–Capelli.

QUESITO 5. Data una funzione $f(x, y)$, come si può stabilire se un punto (x_0, y_0) è di massimo o di minimo per la funzione?