

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA														

VR

**PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA**

Vicenza, 22/01/2014

**II parte**

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$$

se ne calcoli l'integrale indefinito  $\int f(x) dx$ . Si calcoli poi la media integrale di  $f$  nell'intervallo  $[1, e]$ .

Si stabilisca infine se la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} f(e^n)$  converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (0, -1, 1) \quad , \quad v^2 = (1, 2, -1) \quad , \quad v^3 = (-1, 1, 0)$$

si stabilisca se sono linearmente dipendenti o indipendenti usando la definizione. Si trovi conferma del risultato attraverso il rango. Si dica se il primo vettore fondamentale di  $\mathbb{R}^3$  appartiene al sottospazio  $S$  generato dai tre vettori e si dica infine se è vero che qualunque vettore di  $\mathbb{R}^3$  appartiene ad  $S$ .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y) - \ln(1 - x^2 - y^2)$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si dica se si tratta di un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso, limitato o non limitato. Si calcoli il gradiente di  $f$  e si dica se l'origine è un punto stazionario. Determinare i punti del dominio in cui la funzione si annulla.

---

QUESITO 1. Che cosa si intende con integrale indefinito di una funzione  $f$ ?

QUESITO 2. Si dia l'espressione di una serie armonica generalizzata e si dica in quali casi essa converge.

QUESITO 3. Che cosa significa fare una combinazione lineare dei vettori  $v^1, v^2, \dots, v^k$ ?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Rouché–Capelli.

QUESITO 5. Data una funzione  $f(x, y)$ , come si può stabilire se un punto  $(x_0, y_0)$  è di massimo o di minimo per la funzione?