

COGNOME																	
NOME																	
MATRICOLA																	

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 10/02/2014**  
**II parte**

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 2x^2 - 4x + \ln x,$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di  $f$ , si trovino i punti stazionari e si studi la natura di questi punti (cioè se sono eventualmente punti di massimo/minimo). Si calcoli la derivata seconda e si studi la concavità/convessità di  $f$ . Con le informazioni ottenute si disegni poi un possibile grafico di  $f$ . Si dica infine se la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{f(n)}$  converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se le sue righe sono vettori linearmente dipendenti o indipendenti. Si stabilisca anche se le sue colonne sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si risolva infine il sistema lineare omogeneo  $Ax = 0$  ( $x$  è il vettore delle incognite e  $0$  è il vettore nullo), scrivendo opportunamente l'insieme delle sue soluzioni.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = x \ln \left( \frac{x+1}{y-1} \right),$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio  $D$ . Si dica in quali punti di  $D$  la funzione si annulla. Si calcoli il gradiente di  $f$  e si provi che il punto  $(0, 2)$  è stazionario.

---

QUESITO 1. Date due funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$  si dica che cosa significa fare la composizione delle due funzioni.

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Weierstrass.

QUESITO 3. Che cosa si intende con integrale di Riemann generalizzato?

QUESITO 4. Che cosa significa che i vettori  $v^1, v^2, \dots, v^k$  sono linearmente dipendenti?

QUESITO 5. Che cosa significa che una forma quadratica  $q(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$  è definita positiva?