COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA
Vicenza, 10/02/2014
II parte

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Si calcolino gli integrali

$$\int x \ln(2x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{e} \qquad \int_{-1}^{1} x\sqrt[3]{1+x^2}\,\mathrm{d}x.$$

Si stabilisca infine se la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+\ln n}{n^4}$ converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se le sue righe sono vettori linearmente dipendenti o indipendenti. Si stabilisca anche se le sue colonne sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si risolva infine il sistema lineare omogeneo $Ax = 0$ (x è il vettore delle incognite e 0 è il vettore nullo), scrivendo opportunamente l'insieme delle sue soluzioni.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = x \ln\left(\frac{x+1}{y-1}\right),$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio D. Si dica in quali punti di D la funzione si annulla. Si calcoli il gradiente di f e si provi che il punto $(0,2)$ è stazionario.

QUESITO 1. Che cosa si intende con integrale di Riemann generalizzato?

QUESITO 2. Si enunci uno dei criteri di convergenza per serie

QUESITO 3. Che cosa significa che i vettori $v^1, v^2, \ldots, v^k$ sono linearmente dipendenti?

QUESITO 4. Che cosa significa che una forma quadratica $q(x,y) = ax^2+bxy+cy^2$ è definita positiva?

QUESITO 5. Si scriva l'espressione della matrice Hessiana di una funzione $f(x,y)$