

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |
| NOME | | | | | | | | | | | | | | | |
| MATRICOLA | | | | | | | | | | | | | | | |

VR

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 03/09/2014
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione $f(x) = x - e^{1/x}$, se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si studi il segno di questa. Con le informazioni ottenute si disegni un possibile grafico di f . Qual è la pendenza della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 1$?

Si calcoli infine l'integrale $\int_1^2 \frac{f(x) - x}{x^2} dx$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se le sue righe sono vettori linearmente dipendenti o indipendenti. Si stabilisca poi se le colonne sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si dica se il vettore $(1, 1, 1)$ appartiene al sottospazio di \mathbb{R}^3 generato dalle colonne di A e se il vettore $(0, 0, 0, 1)$ appartiene al sottospazio di \mathbb{R}^4 generato dalle righe di A .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{1}{xy} - \ln(4 - x^2 - (y - 2)^2),$$

si determini e si rappresenti sul piano cartesiano il suo dominio. Si dica se si tratta di un insieme convesso. Si calcoli il gradiente di f e si dica se il punto $(1, 2)$ è stazionario.

- QUESITO 1. In quale caso una funzione si dice continua in un punto x_0 ?
- QUESITO 2. Si enunci il teorema di Lagrange.
- QUESITO 3. Che cosa significa che la funzione f è una primitiva della funzione g in un certo intervallo (a, b) ?
- QUESITO 4. Che cosa significa, per definizione, che i vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono linearmente dipendenti?
- QUESITO 5. Si dia la definizione generale di determinate di una matrice quadrata (non sono quindi corrette definizioni valide solo nel caso di matrici 3×3 , come la regola di Sarrus).