COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA

Vicenza, 07/11/2014

II parte

Questa è la II parte della prova intermedia scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Date le due funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x^3} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \frac{1}{\ln x}$$

si scriva l'espressione delle due funzioni composte $f(g(x))$ e $g(f(x))$. Si stabilisca poi, in base alla definizione, se

$$f(x) \quad \text{è trascurabile rispetto a} \quad g(x) \text{ , per } x \to +\infty.$$

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & -1 \le x \le 0 \\ 1 - (x-1)^2 & 0 < x \le 2, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari.
Si provi che alla funzione f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-1, 2]$ e si verifichi la tesi.
Si stabilisca se alla funzione f è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[-1, 2]$.
($\star$) Si verifichi se comunque è verificata la tesi del teorema di Lagrange.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si determini il segno di f ed eventuali intersezioni con gli assi cartesiani. Si calcoli la derivata di f. Si disegni un possibile grafico di f. Si scriva l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 1$.
($\star$) Si provi che la funzione è decrescente.

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione è suriettiva?

QUESITO 2. Che cosa significa per definizione che una funzione f è continua in un punto x_0?

QUESITO 3. Si enunci il teorema degli zeri.

QUESITO 4. Si scriva uno dei limiti notevoli.

QUESITO 5. Che cosa significa per definizione che una funzione f è derivabile in un punto x_0?