COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 23/01/2015
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \leq 0 \\ e^{-x} - 1 & x > 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Sulla base del grafico si determini l'immagine di f, cioè l'insieme dei valori che f assume e si dica se esistono punti di massimo/minimo locali o globali. Si dica infine se f è continua e derivabile in $\mathbb{R}$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se le sue righe sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si dica poi se le colonne sono generatori di $\mathbb{R}^3$ e se il primo vettore fondamentale di $\mathbb{R}^3$ appartiene al sottospazio S da esse generato. Si stabilisca infine il segno della forma quadratica associata alla matrice A.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln\big(x + y\big) \cdot \ln\big(1 - x^2 - y\big)$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si dica se il punto $(2, -2)$ è interno, esterno o di frontiera per il dominio di f. Si calcoli la derivata parziale di f rispetto alla variabile y e si dica infine se il punto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ è stazionario.

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione reale f è iniettiva?

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Lagrange (teorema del valor medio).

QUESITO 3. Che cosa dice il criterio del rapporto per stabilire la convergenza o meno di una serie?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Rouché-Capelli.

QUESITO 5. Si scriva la definizione di derivata parziale rispetto ad y nel punto (x_0, y_0) di una funzione $f(x, y)$ (come limite del rapporto incrementale).