

COGNOME																	
NOME																	
MATRICOLA											VR						

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA
Vicenza, 23/01/2015
II parte

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = xe^{-x}$$

se ne calcoli l'integrale indefinito $\int f(x) dx$. Si calcoli poi l'integrale di f nell'intervallo $[0, 1]$. Si stabilisca infine se l'integrale generalizzato $\int_0^{+\infty} f(x) dx$ converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se le sue righe sono linearmente dipendenti o indipendenti. Si dica poi se le colonne sono generatori di $\mathbb{R}^3$ e se il primo vettore fondamentale di $\mathbb{R}^3$ appartiene al sottospazio S da esse generato. Si stabilisca infine il segno della forma quadratica associata alla matrice A .

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(x + y) \cdot \ln(1 - x^2 - y)$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si dica se il punto $(2, -2)$ è interno, esterno o di frontiera per il dominio di f . Si calcoli la derivata parziale di f rispetto alla variabile y e si dica infine se lungo la retta di equazione $x + y = 1$ ci sono punti stazionari di f .

QUESITO 1. Che cosa si intende con primitiva di una funzione f in un dato intervallo?

QUESITO 2. Si fornisca l'espressione di una serie geometrica e si dica in quali casi essa converge.

QUESITO 3. Si enunci il teorema di Rouché–Capelli.

QUESITO 4. Che cosa significa in base alla definizione che una forma quadratica è definita positiva?

QUESITO 5. Data una funzione $f(x, y)$, come si può stabilire se un punto (x_0, y_0) è di massimo o di minimo per la funzione?