

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA								VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 13/02/2015
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-1} - 1 & x < 1 \\ |\ln x| & x \geq 1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si provi che ad f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $[0, e]$ e si verifichi la tesi. Si provi infine che f è derivabile in tutto \mathbb{R} .

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se le sue righe e le sue colonne sono linearmente dipendenti o indipendenti. È vero che ogni colonna si può scrivere come combinazione lineare delle altre tre? Si scrivano le soluzioni del sistema lineare omogeneo $Ax = 0$ indicando poi la dimensione e una base dello spazio delle soluzioni trovate.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln(2x^2 + 2xy + y^2) - \ln(1 - x^2 - y^2)$$

si determini e si disegni il suo dominio (si osservi che l'argomento del primo logaritmo è una forma quadratica e se ne tenga conto nello studio del segno). Si dica se sugli assi cartesiani ci sono punti in cui la funzione si annulla. Si calcoli infine la derivata parziale di f rispetto alla variabile x .

- QUESITO 1. Si descriva il concetto di funzione composta e se ne fornisca un esempio.
- QUESITO 2. Si enunci il teorema di Rolle.
- QUESITO 3. Quando un integrale si dice generalizzato?
- QUESITO 4. Si enunci il teorema di Cramer.
- QUESITO 5. Si scriva la definizione di derivata parziale rispetto ad x nel punto (x_0, y_0) di una funzione $f(x, y)$ (come limite del rapporto incrementale).