COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA
Vicenza, 13/02/2015
II parte

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = xe^{-x^2}$$

se ne calcoli l'integrale indefinito $\int f(x)\,\mathrm{d}x$. Si calcoli poi l'integrale generalizzato di f nell'intervallo $[0, +\infty)$. Si stabilisca infine se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} f\left(\sqrt{n}\right)$ converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

si stabilisca se le sue righe e le sue colonne sono linearmente dipendenti o indipendenti. È vero che ogni colonna si può scrivere come combinazioni lineari delle altre tre? Si scrivano le soluzioni del sistema lineare omogeneo $Ax = 0$ indicando poi la dimensione e una base dello spazio delle soluzioni trovate.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln\left(2x^2 + 2xy + y^2\right) - \ln\left(1 - x^2 - y^2\right)$$

si determini e si disegni il suo dominio (si osservi che l'argomento del primo logaritmo è una forma quadratica e se ne tenga conto nello studio del segno). Si dica se sugli assi cartesiani ci sono punti in cui la funzione si annulla. Si calcoli infine la derivata parziale di f rispetto alla variabile x.

QUESITO 1. Che cosa si intende con funzione integrale di una funzione f in un intervallo $[a, b]$?

QUESITO 2. Si fornisca l'espressione di una serie armonica e si dica in quali casi essa converge.

QUESITO 3. Si enunci il teorema di Cramer.

QUESITO 4. Che cosa significa in base alla definizione che una forma quadratica è semidefinita positiva?

QUESITO 5. Data una funzione $f(x, y)$, come si può stabilire se un punto (x_0, y_0) è di massimo o di minimo per la funzione?