COGNOME	
NOME	
MATRICOLA	VR

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 24/06/2015
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = x + \ln(1 - x)$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si studi il segno di questa. Con le informazioni ottenute si disegni un possibile grafico di f. Si dica se la funzione è invertibile in tutto il suo dominio e, in caso negativo, si indichi un intervallo in cui è invertibile. Si studi infine se la funzione è concava o convessa nel suo dominio.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

si calcoli $A \cdot A^T$ e si verifichi che sia A sia $A \cdot A^T$ hanno rango 2. Si trovino poi le soluzioni del sistema omogeneo $Ax = 0$ e si dica se uno dei vettori fondamentali di $\mathbb{R}^4$ è una delle soluzioni del sistema.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{2x - y} - \sqrt{y - x^2 + 2x}$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si indichi nel dominio la regione in cui la funzione è positiva e i punti in cui si annulla. Si calcoli la derivata parziale di f rispetto alla variabile x e si dica se il punto $(1, 0)$ può essere stazionario.

QUESITO 1. Si descriva il concetto di funzione inversa e se ne fornisca un esempio.

QUESITO 2. Si enunci il teorema degli zeri.

QUESITO 3. Data una funzione f, si indichi il ruolo di una sua primitiva nel calcolo dell'integrale di Riemann $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$

QUESITO 4. Si definisca, nel caso generale, il rango di una matrice.

QUESITO 5. Si fornisca una condizione necessaria affinché un punto (x_0, y_0) sia di massimo per una funzione f (di due variabili).