COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA
Vicenza, 06/11/2015
II parte

Questa è la II parte della prova intermedia scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Date le due funzioni

$$f(x) = \frac{1}{e(x-1)} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \frac{1}{e^x - e}$$

si provi che entrambe tendono a $+\infty$ per $x \to 1^+$. Si dimostri poi che f e g sono equivalenti per $x \to 1^+$. Si determini infine l'espressione della funzione inversa di entrambe.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - x & -1 \le x \le 0 \\ -\ln(x+1) & 0 < x \le e-1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari.
Si provi che alla funzione f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-1, e-1]$ e si verifichi la tesi.
Si stabilisca se alla funzione f è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[-1, e-1]$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} - \ln(1-x)$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f, si dica poi in quali intervalli la funzione f è crescente o decrescente e si trovino gli eventuali punti di massimo o minimo locali. Si disegni infine un possibile grafico di f.

QUESITO 1. Che cosa si intende con funzione composta di due funzioni f e g?

QUESITO 2. Che cosa significa che la funzione f è trascurabile rispetto alla funzione g per $x \to +\infty$?

QUESITO 3. Che cosa afferma il teorema fondamentale delle funzioni continue in un intervallo?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Rolle.

QUESITO 5. Che cosa afferma il teorema di De l'Hôpital?