| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |
| NOME | | | | | | | | | | | | | | | |
| MATRICOLA | | | | | | | | | VR | | | | | | |

**ESAME DI MATEMATICA**
**Vicenza, 18/01/2016**
***II parte***

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \ln x & 0 < x < 1 \\ 1 - (x-1)^2 & x \geq 1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se $f$ è continua e derivabile in $(0, +\infty)$. Si giustifichi l'affermazione che $f$ è invertibile e si scriva l'espressione della funzione inversa.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la trasformazione lineare

$$T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_4 \\ x_1 + x_3 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

si dica tra quali spazi essa opera e si scriva la sua matrice di rappresentazione. Si determini il rango di $T$ e una base della sua immagine. Si determini infine il sottospazio in cui la trasformazione si annulla.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{1 - y^2 - x} - \sqrt{1 - y^2 - (x-1)^2}$$

si determini e si disegni il suo dominio. Si indichino un punto interno e un punto di frontiera per il dominio di $f$. Si calcolino le derivate parziali di $f$ e si dica se il punto $(\frac{1}{2}, 0)$ è stazionario. Si determini infine la curva di livello 0 di $f$.

---

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione reale $f$ è crescente?

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Lagrange (teorema del valor medio).

QUESITO 3. Si enunci il teorema fondamentale del calcolo.

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Rouché-Capelli.

QUESITO 5. Se $f$ è una funzione di due variabili che cosa significa che il punto $(x_0, y_0)$ è stazionario per $f$?