COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 04/02/2016
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = (x-1)e^{-x},$$

dopo averne studiato il segno, i limiti significativi e la derivata, si arrivi a disegnarne un possibile grafico. Si determinino i punti di massimo e di minimo di f nell'intervallo $[0,3]$ e i corrispondenti valori massimo e minimo. Si disegni infine il grafico della funzione $-f(x+1)$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y - 2z = 1 \\ -x + y + z = 1 \\ -x + y = 3. \end{cases}$$

Si scrivano anzitutto le matrici del sistema. Si provi, attraverso il teorema di Rouché–Capelli, che il sistema ha soluzioni. Successivamente si risolva il sistema, indicando una soluzione particolare e le soluzioni del sistema omogeneo associato. Si indichi infine la dimensione e una base delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = (x-1)(y^2 - x)$$

si trovino i suoi punti stazionari e si stabilisca la loro natura, cioè se sono eventualmente punti di massimo o di minimo. Si determini e si disegni la regione in cui la funzione è positiva, indicando infine la curva in cui si annulla.

QUESITO 1. Si enunci il teorema degli zeri.

QUESITO 2. Come si definisce la derivata di una funzione reale f in un punto x_0?

QUESITO 3. Quali proprietà di una funzione reale f garantiscono la sua integrabilità (secondo Riemann) in un intervallo $[a,b]$?

QUESITO 4. Che cosa significa che una trasformazione $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ è lineare?

QUESITO 5. Che cosa si intende con gradiente secondo di una funzione di due variabili $f(x,y)$?