

COGNOME															
NOME															
MATRICOLA															

VR

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA

Vicenza, 04/02/2016

II parte

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

si stabilisca se la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} f(n)$ converge o diverge. Si calcoli l'integrale indefinito $\int f(x) dx$ integrando per parti. Si dica perché l'integrale di f nell'intervallo $[-1, 1]$ deve essere positivo e, successivamente, lo si calcoli.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la trasformazione lineare

$$T(x) = T \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 - 2x_3 \\ -x_1 + x_2 + x_3 \\ -x_1 + x_2 \end{pmatrix}$$

si dica tra quali spazi essa opera e si scriva la sua matrice di rappresentazione. Si dica se T è invertibile. Si determini il rango di T e una base della sua immagine. Si determini infine una base del sottospazio definito da $T(x) = 0$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = (y - 1)(x^2 - y)$$

si trovino i suoi punti stazionari e si stabilisca la loro natura, cioè se sono eventualmente punti di massimo o di minimo. Si determini e si disegni la regione in cui la funzione è positiva, indicando infine la curva in cui si annulla.

QUESITO 1. Quali proprietà di una funzione reale f garantiscono la sua integrabilità (secondo Riemann) in un intervallo $[a, b]$?

QUESITO 2. Si enunci un criterio di convergenza per serie a termini positivi.

QUESITO 3. Che cosa significa che una trasformazione $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ è lineare?

QUESITO 4. Si dia una definizione di rango di una matrice.

QUESITO 5. Come si definisce la derivata parziale rispetto ad y di una funzione reale di due variabili?