COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 29/06/2016
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 + e^x & -1 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & 0 \leq x \leq 1 + \sqrt{2}, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Sulla base del grafico si dica qual è l'immagine di f, quali sono i suoi punti di massimo/minimo globali e i corrispondenti valori, cioè il massimo e il minimo di f. Si dica poi se f è continua e derivabile in $\big(-1, 1+\sqrt{2}\big)$ e si scriva l'espressione della derivata nei punti in cui questa esiste.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i vettori

$$v^1 = (0, 1, 0, -1) \quad , \quad v^2 = (1, 0, 0, -1) \quad , \quad v^3 = (-1, 1, 0, 0),$$

e detto V il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ da essi generato, si dica, motivando adeguatamente la risposta, se v^1, v^2, v^3 sono una base di V. Successivamente si determini la dimensione di V. Indicata poi con A la matrice formata con i tre vettori disposti in riga, si dica se il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dalle colonne di A coincide oppure no con $\mathbb{R}^3$. Si indichi infine una base di questo sottospazio.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \ln\left(\frac{x^2}{y}\right) - \ln\left(\frac{y^2}{x}\right)$$

si determini e si disegni nel piano cartesiano il suo dominio. Si indichino poi nel dominio i punti in cui la funzione si annulla. Si calcoli il gradiente di f e si dica se ci sono punti stazionari per la funzione.

QUESITO 1. Che cosa si intende con punto di massimo di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?

QUESITO 2. Si enunci il teorema degli zeri.

QUESITO 3. Si fornisca la definizione di derivata di una funzione reale f in un punto x_0.

QUESITO 4. Si definisca, nel caso generale, il rango di una matrice.

QUESITO 5. Come si studia se un punto stazionario (x_0, y_0) è di massimo o di minimo per una funzione f (di due variabili)?