

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| NOME | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| MATRICOLA | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 31/08/2016
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = x^2 e^{-x},$$

dopo averne studiato il segno, i limiti significativi e la derivata, si arrivi a disegnarne un possibile grafico. Si indichino poi i punti di massimo e di minimo di f nell'intervallo $[-1, 1]$ e i corrispondenti valori massimo e minimo in tale intervallo. Usando le trasformazioni grafiche elementari si disegni infine il grafico della funzione $f(|x|)$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri il sistema di equazioni lineari

$$Ax = b \quad \text{con} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Che cosa si può affermare in base al teorema di Rouché–Capelli? Si scrivano poi le soluzioni del sistema, indicando una soluzione particolare e le soluzioni del sistema omogeneo associato. Si indichi poi la dimensione e una base delle soluzioni del sistema omogeneo associato. Si indichi infine un vettore di \mathbb{R}^4 che non è una soluzione del sistema.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\ln x}{x - y}$$

si determini e si disegni nel piano cartesiano il suo dominio. Si indichino poi nel dominio i punti in cui la funzione si annulla. Si calcoli il gradiente di f e si dica se ci sono punti stazionari per la funzione. Si scriva infine la restrizione di f alla curva di equazione $xy = 1$ precisando se tale curva è interamente contenuta nel dominio della funzione oppure no.

- QUESITO 1. Si enunci uno dei teoremi sulle funzioni continue in un intervallo.
- QUESITO 2. Che relazione sussiste tra i punti stazionari e i punti di massimo di una funzione reale?
- QUESITO 3. Esiste qualche relazione tra le proprietà di continuità e di derivabilità di funzioni in una variabile?
- QUESITO 4. Che cosa significa che S è sottospazio di \mathbb{R}^n ?
- QUESITO 5. Che cosa significa che i vettori v^1, v^2, \dots, v^k sono generatori di \mathbb{R}^n ?