COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA
Vicenza, 11/11/2016
II parte

Questa è la II parte della prova intermedia scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$$

si scriva l'espressione della funzione $f(\ln x)$. Si provi poi che f tende a zero per $x \to +\infty$. Si dimostri infine che f è trascurabile rispetto a $x^2 e^{-x}$ per $x \to +\infty$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \le x \le 0 \\ -x^2 + x + 1 & 0 < x \le 1 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando la geometria analitica o trasformazioni grafiche elementari. Si mostri che alla funzione f è applicabile il teorema di Weierstrass nell'intervallo $[-1, 1]$ e se ne verifichi la tesi. Si stabilisca infine se alla funzione f è applicabile il teorema di Lagrange nell'intervallo $[-1, 1]$ e, in caso affermativo, se ne verifichi la tesi.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = 2x + e^{-x}$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si trovino i punti stazionari. Si studi poi l'andamento della funzione e si trovino gli eventuali punti di massimo o minimo locali e globali, disegnando un possibile grafico di f. Si scriva infine l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

QUESITO 1. Che cosa significa che un punto c è interno ad un insieme di numeri reali A?

QUESITO 2. Quando una funzione si dice iniettiva?

QUESITO 3. Che cosa afferma il teorema fondamentale delle funzioni continue in un intervallo?

QUESITO 4. Come viene definita la derivata di una funzione f in un punto x_0?

QUESITO 5. Si indichi quali relazioni sussistono tra i punti stazionari e i punti di massimo/minimo.