| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |
| NOME | | | | | | | | | | | | | | | |
| MATRICOLA | | | | | | | | | VR | | | | | | |

**ESAME DI MATEMATICA**
**Vicenza, 20/01/2017**
***II parte***

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1-(x-1)^2 & x \leq 1 \\ 1-\ln x & x > 1, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se $f$ è continua e derivabile in tutto $\mathbb{R}$ (si verifichi anche con la definizione se c'è la continuità nei punti critici). Sulla base del grafico si dica quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = c$ al variare di $c$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri la trasformazione lineare

$$T\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 - x_3 \\ x_3 - x_1 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix}$$

si scriva la matrice di rappresentazione di $T$. Si stabilisca se la trasformazione è invertibile. Si determini la dimensione e una base della sua immagine. Si dica se esiste almeno un vettore non banale (non nullo) in cui $T$ si annulla e in caso affermativo se ne indichi uno.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x,y) = \ln y \cdot \sqrt{e^{x+y} - 1}$$

si determini e si disegni il suo dominio, precisando l'appartenenza o meno al domino dei punti di frontiera. Si determini e si disegni la curva di livello 0 di $f$. Si calcolino le derivate parziali di $f$. Si scriva infine l'espressione della restrizione di $f$ alla curva di equazione $y - e^{-x} = 0$.

---

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione reale $f$ è monotòna?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione reale $f$ è derivabile in un punto $x_0$?

QUESITO 3. Che cosa significa che una funzione $g$ è primitiva di una funzione $f$?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Rouché-Capelli.

QUESITO 5. Che cosa si può dire sulla dimensione del sottospazio delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo $Ax = 0$?