COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 10/02/2017
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$$

si determini il suo dominio, il segno e i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f, si stabilisca dove la funzione è crescente/decrescente e si trovino eventuali punti di massimo/minimo. Se ne disegni quindi un possibile grafico. Utilizzando le trasformazioni elementari, si disegni infine il grafico della funzione $f(|x|) = \dfrac{1 + \ln |x|}{|x|}$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si consideri il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} -x + y = 3 \\ x - y - 2z = 1 \\ -2x + 2y + 2z = 2. \end{cases}$$

Si scrivano anzitutto le matrici del sistema. Si provi, attraverso il teorema di Rouché–Capelli, che il sistema ha soluzioni. Successivamente si risolva il sistema, indicando una soluzione particolare e le soluzioni del sistema omogeneo associato. Si indichi infine la dimensione e una base delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{1 - e^x} + \ln y$$

si determini e si disegni il suo dominio, precisando se i punti di frontiera appartengono o no al dominio stesso. Si calcoli il gradiente di f e si dica se possono esserci punti stazionari. Si dica infine se il punto $(0, 1)$ sta sulla curva di livello 1 di f.

QUESITO 1. Che cosa significa che una funzione reale f è decrescente in un certo intervallo (a, b)?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione reale f è continua in un punto x_0?

QUESITO 3. Che cosa si intende con integrale indefinito di una funzione f in un intervallo I?

QUESITO 4. Che cosa significa che una trasformazione $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ è lineare?

QUESITO 5. Si dia la definizione di derivata parziale di una funzione $f(x, y)$ rispetto ad y nel punto (x_0, y_0).