| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| COGNOME | | | | | | | | | | | | | | | |
| NOME | | | | | | | | | | | | | | | |
| MATRICOLA | | | | | | | | | VR | | | | | | |

**PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA**
**Vicenza, 19/01/2018**
***II parte***

Questa è la II parte della prova conclusiva scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = x^2 \ln x$$

se ne calcoli l'integrale indefinito $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ integrando per parti. Si calcoli poi l'integrale di $f$ nell'intervallo $[1, \sqrt[3]{e}]$. Si stabilisca infine se l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^3}\,\mathrm{d}x$ converge o diverge.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i tre vettori

$$v^1 = (0, 1, -1) \quad , \quad v^2 = (-1, 0, 1) \quad , \quad v^3 = (1, -1, 0)$$

si dica se sono generatori di $\mathbb{R}^3$ e se formano una base di $\mathbb{R}^3$. Si determini la dimensione del sottospazio $S$ di $\mathbb{R}^3$ da essi generato. Si dica se il vettore $(-18, 17, 1)$ appartiene o no ad $S$. Si dica infine se $S$ contiene uno dei vettori fondamentali di $\mathbb{R}^3$.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{1 - x} \cdot \sqrt{1 - xy}$$

si determini e si disegni il suo dominio, precisando se si tratta di un insieme aperto o chiuso. Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla. Si trovi l'espressione di $f$ lungo gli assi cartesiani. Si dica infine se l'origine è punto stazionario per la funzione $f$.

---

QUESITO 1. Si dia la definizione di funzione integrale di una funzione $f(x)$ in un intervallo $[a, b]$.

QUESITO 2. Che cosa si intende con integrale di Riemann generalizzato?

QUESITO 3. Che cosa significa che i vettori $v^1, v^2, \ldots, v^k$ sono linearmente indipendenti?

QUESITO 4. Si enunci il teorema di Cramer.

QUESITO 5. Che cosa significa per definizione che una funzione reale $f(x, y)$ è derivabile parzialmente rispetto ad $y$ in un punto $(x_0, y_0)$?