COGNOME															
NOME															
MATRICOLA									VR						

ESAME DI MATEMATICA
Vicenza, 26/06/2019
II parte

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \ln(2 - x) + 2x,$$

se ne determini il dominio e si calcolino i limiti significativi. Si calcoli la derivata di f e si trovino i punti stazionari. Si studi poi l'andamento della funzione e si trovino gli eventuali punti di massimo o minimo locali e globali, disegnando un possibile grafico di f. Si determini infine l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Si considerino in $\mathbb{R}^4$ i vettori

$$v^1 = (1, 1, 0, 0) \quad , \quad v^2 = (0, -1, -1, 0) \quad , \quad v^3 = (0, 1, 1, -1).$$

Si stabilisca se i tre vettori sono linearmente indipendenti oppure no. Indicata poi con A la matrice formata con i tre vettori disposti in riga, si risolva il sistema lineare omogeneo $Ax = 0$, indicando anche la dimensione e una base delle sue soluzioni. Se invece indichiamo con B la matrice in cui i tre vettori sono le colonne, quante e quali sono le soluzioni del sistema $Bx = 0$?

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = x + \ln\big(1 - xy\big),$$

si determini e si disegni nel piano cartesiano il suo dominio. Si calcoli il gradiente di f e si determini l'unico punto stazionario della funzione. Si scrivano le restrizioni di f agli assi cartesiani. Si stabilisca infine la natura del punto stazionario trovato.

QUESITO 1. Si commenti l'affermazione: una funzione definita in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ ha almeno un punto di massimo e un punto di minimo.

QUESITO 2. Si fornisca la definizione di derivata di una funzione in un punto x_0 e il suo significato geometrico.

QUESITO 3. Che cosa afferma il teorema fondamentale del calcolo?

QUESITO 4. Si definisca, nel caso generale, il rango di una matrice.

QUESITO 5. Che cosa si intende con matrice Hessiana (o gradiente secondo) di una funzione $f(x, y)$?