

COGNOME															
NOME															
MATRICOLA															

VR 

--	--	--	--	--	--

**ESAME DI MATEMATICA**  
**Vicenza, 21/01/2022**  
**II parte**

Questa è la II parte della prova scritta dell'esame di Matematica. La durata della prova è di 60 minuti e per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. In questo foglio trovi 3 esercizi e 5 quesiti di carattere teorico. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1 punto.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x \leq 0 \\ (x - 1)^2 & x > 0, \end{cases}$$

se ne disegni un grafico utilizzando le trasformazioni elementari. Si dica se  $f$  è continua e derivabile nell'intervallo  $[-1, 2]$ . Si dica perché è applicabile il teorema di Weierstrass alla funzione  $f$  nell'intervallo  $[-1, 2]$  e, anche solo sulla base del grafico, si verifichi la tesi.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 5). Dati i tre vettori

$$v^1 = (1, 0, -1) \quad , \quad v^2 = (-1, 1, 1) \quad , \quad v^3 = (2, 1, -2)$$

si provi che essi non sono generatori di tutto  $\mathbb{R}^3$  e si determini la dimensione del sottospazio  $\mathcal{S}$  da essi generato. Si dica se il vettore  $(-1, 8, 1)$  appartiene a questo sottospazio e, in caso affermativo lo si scriva come combinazione lineare dei vettori dati.

ESERCIZIO 3 (PUNTI 5). Data la funzione

$$f(x, y) = x + y - \ln(x + y)$$

si determini e si disegni il suo dominio e se ne indichino un punto interno e un punto di frontiera. Si trovino i punti stazionari di  $f$ , provando che sono infiniti; qual è il valore di  $f$  lungo tali punti? Si provi che le condizioni del secondo ordine non consentono di stabilire la natura di tali punti stazionari.

---

- QUESITO 1. Si enunci il teorema di Weierstrass.
- QUESITO 2. Si dica se l'affermazione “se  $f$  è continua in  $x_0$  allora  $f$  è derivabile in  $x_0$ ” è vera o falsa, fornendo eventualmente un controesempio.
- QUESITO 3. Si dia la definizione di primitiva di una funzione  $f(x)$  in un intervallo.
- QUESITO 4. Come si calcola in una matrice quadrata il complemento algebrico dell'elemento  $a_{ij}$ ?
- QUESITO 5. Che cosa significa per definizione che una forma quadratica è semidefinita negativa?