

DOMANDA 6. Disegnare la curva di livello 0 della funzione $f(x, y) = \frac{1 - y^2}{x}$

DOMANDA 7. Classificare in base al segno la forma quadratica $Q(x, y) = 2x^2 - 2xy + \frac{1}{2}y^2$

DOMANDA 8. Calcolare il gradiente della funzione $f(x, y) = \frac{1 - y^2}{x}$

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 45 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1.5 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 8). Dato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + z - t = 1 \\ -y + z + t = 2 \\ x + y - 2t = -1 \end{cases}$$

si dica perché, in base al teorema di Rouché–Capelli, esso ha soluzioni. Si dica se il vettore $(1, 1, -2, -2)$ è oppure no una delle soluzioni. Si trovino tutte le soluzioni del sistema e una base delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 8). Data la funzione

$$f(x, y) = y \ln(xy)$$

si determini e si disegni il suo dominio e se ne indichino un punto interno e un punto di frontiera. Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla. Si trovino, se esistono, tutti i punti stazionari di f . Si scriva infine la restrizione della funzione alla curva di equazione $xy = e$.

QUESITO 1. Si dia la definizione di primitiva di una funzione $f(x)$ in un intervallo.

QUESITO 2. Perché l'integrale di Riemann non coincide sempre con l'area della regione corrispondente?

QUESITO 3. Si enunci il teorema di Cramer.

QUESITO 4. Che cosa è un punto stazionario per una funzione reale $f(x, y)$?