

DOMANDA 6. Disegnare la curva di livello 1 della funzione $f(x, y) = \frac{1 - y^2}{x}$

DOMANDA 7. Classificare in base al segno la forma quadratica $Q(x, y) = -9x^2 + 3xy - \frac{1}{4}y^2$

DOMANDA 8. Calcolare il gradiente della funzione $f(x, y) = \frac{y + x^2}{y}$

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 45 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio massimo di ogni esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 1.5 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

ESERCIZIO 1 (PUNTI 8). Dato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x - y + 2z + t = 0 \\ y - z = 0 \\ -x + 2y - 3z - t = 1 \end{cases}$$

si dica, in base al teorema di Rouché–Capelli, se ha soluzioni oppure no. Si dica poi se il vettore $(1, 2, 2, -3)$ è oppure no una delle soluzioni del sistema omogeneo associato. Si trovino infine tutte le soluzioni del sistema omogeneo associato, indicando una base delle soluzioni stesse.

ESERCIZIO 2 (PUNTI 8). Data la funzione

$$f(x, y) = y\sqrt{1 + xy}$$

si determini e si disegni il suo dominio e se ne indichino un punto interno e un punto di frontiera. Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla. Si trovino, se esistono, tutti i punti stazionari di f . Si scriva infine la restrizione della funzione alla curva di equazione $xy = 1$.

QUESITO 1. Perché l'integrale indefinito di una funzione deve prevedere una costante arbitraria?

QUESITO 2. Come si calcola un integrale di Riemann (generalizzato) del tipo $\int_a^{+\infty} f(x) dx$?

QUESITO 3. Si dica quando possiamo affermare che il rango di una matrice 3×4 è 2.

QUESITO 4. Fornire le condizioni sui minori della matrice per dire che una forma quadratica di 3 variabili è semidefinita positiva.