



DOMANDA 7. Si calcoli il  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \ln(-x)}{e^x}$

DOMANDA 8. Si calcoli la derivata della funzione  $f(x) = x^2 \ln(1 + x^3)$

DOMANDA 9. Si trovino i punti stazionari della funzione  $f(x) = 2x - 3 \ln x$

DOMANDA 10. Si trovi in quale intervallo la funzione  $f(x) = 2x - 3 \ln x$  è crescente

### PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio massimo dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 4 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 12). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - (x + 1)^2 & -2 \leq x \leq 0 \\ -\sqrt{x} & 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Sulla base del grafico, di dica qual è l'immagine di  $f$ , cioè l'insieme dei valori che la funzione assume.

Si dica se la funzione è invertibile in tutto l'intervallo  $[-2, 2]$ . Qual è l'intervallo di ampiezza massima in cui  $f$  è iniettiva?

Si dica se alla funzione  $f$  in  $[-2, 2]$  è applicabile il teorema di Weierstrass e se comunque in qualche punto è verificata la tesi del teorema.

Si dica poi se la funzione  $f$  è derivabile in tutti i punti dell'intervallo dato. È applicabile il teorema di Rolle? Si dica infine se comunque in qualche punto è verificata la tesi del teorema.

---

QUESITO 1. Che cosa è l'estremo superiore di un insieme di numeri reali?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione è iniettiva?

QUESITO 3. Che cosa afferma il teorema degli zeri?

QUESITO 4. Che cosa è per definizione la derivata sinistra di una funzione  $f$  in un punto  $x_0$ ?



DOMANDA 7. Si calcoli il  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + e^x}{\ln(1 + x)}$

DOMANDA 8. Si calcoli la derivata della funzione  $f(x) = x^3 \ln(1 + x^2)$

DOMANDA 9. Si trovino i punti stazionari della funzione  $f(x) = 3x - 2 \ln x$

DOMANDA 10. Si trovi in quale intervallo la funzione  $f(x) = 3x - 2 \ln x$  è crescente

### PROVA INTERMEDIA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio massimo dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 4 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

---

ESERCIZIO 1 (PUNTI 12). Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & -2 \leq x \leq 0 \\ (x-1)^2 - 1 & 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

se ne disegni un grafico, usando le trasformazioni grafiche elementari. Sulla base del grafico, di dica qual è l'immagine di  $f$ , cioè l'insieme dei valori che la funzione assume.

Si dica se la funzione è invertibile in tutto l'intervallo  $[-2, 2]$ . Qual è l'intervallo di ampiezza massima in cui  $f$  è iniettiva?

Si dica se alla funzione  $f$  in  $[-2, 2]$  è applicabile il teorema di Weierstrass e se comunque in qualche punto è verificata la tesi del teorema.

Si dica poi se la funzione  $f$  è derivabile in tutti i punti dell'intervallo dato. È applicabile il teorema di Rolle? Si dica infine se comunque in qualche punto è verificata la tesi del teorema.

---

QUESITO 1. Che cosa è l'estremo inferiore di un insieme di numeri reali?

QUESITO 2. Che cosa significa che una funzione è suriettiva?

QUESITO 3. Che cosa afferma il teorema di Weierstrass?

QUESITO 4. Che cosa è per definizione la derivata destra di una funzione  $f$  in un punto  $x_0$ ?