

COGNOME																						
NOME																						
MATRICOLA															VR							

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA
Vicenza, 26/01/2023
I parte

Le prime 8 domande costituiscono la I parte della prova e hai 30 minuti per completarla.
 Per ciascuna delle domande hai a disposizione un po' di spazio per riportare, oltre al risultato finale, anche i passaggi essenziali.
 Ogni domanda vale 1.5 punti. Per superare questa prova devi ottenere almeno 7 punti. La risposta corretta è quella in cui sono corretti sia il risultato sia il procedimento di soluzione.
Risposte che richiedono una giustificazione ma contengono soltanto il risultato finale non vengono considerate corrette.

DOMANDA 1. Calcolare l'integrale $\int x\sqrt{2+x^2} dx$

DOMANDA 2. Calcolare l'integrale $\int_{-1}^1 (x + e^{-x}) dx$

DOMANDA 3. Scrivere un vettore non nullo ortogonale al vettore (1, 17, -25)

DOMANDA 4. Calcolare il prodotto (righe per colonne) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

DOMANDA 5. Calcolare la matrice inversa di $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

DOMANDA 6. Disegnare la curva di livello -1 della funzione $f(x, y) = y - x^2$

DOMANDA 7. Classificare in base al segno la forma quadratica $Q(x, y) = -\frac{1}{2}x^2 + 4xy - 8y^2$

DOMANDA 8. Calcolare il gradiente della funzione $f(x, y) = \frac{\ln y}{x}$

PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla.

Per lo svolgimento devi usare i fogli protocollo a quadretti. Il punteggio dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

ESERCIZIO (PUNTI 10)

- Dati i vettori

$$v^1 = (1, -1, 2) \quad , \quad v^2 = (-1, 1, -3) \quad , \quad v^3 = (1, -1, 0)$$

si provi che non sono una base di \mathbb{R}^3 . Qual è la dimensione del sottospazio da essi generato? Si sostituisca v^3 con un vettore u in modo che v^1, v^2, u formino una base di \mathbb{R}^3 . Si trovi infine un vettore non nullo che sia ortogonale a v^1 e v^2 .

- Data la funzione

$$f(x, y) = y\sqrt{xy}$$

si determini e si disegni il suo dominio e si dica, motivando, se è un insieme aperto, chiuso o né aperto né chiuso. Si determini in quali punti del dominio la funzione si annulla e dove è positiva. Si calcoli il gradiente di f e si dica se ci sono punti stazionari.

QUESITO 1. Si dica come avviene in generale il calcolo di un integrale del tipo $\int_a^b f(x) dx$.

QUESITO 2. Si enunci il teorema di Rouché-Capelli.

QUESITO 3. Che cosa è un punto stazionario per una funzione reale $f(x, y)$?

QUESITO 4. Che cosa è la funzione Lagrangiana e per quale problema viene utilizzata?