



DOMANDA 6. Disegnare la curva di livello 1 della funzione  $f(x, y) = y e^x$

DOMANDA 7. Classificare in base al segno la forma quadratica  $Q(x, y) = -x^2 + xy - \frac{1}{4}y^2$

DOMANDA 8. Calcolare il gradiente della funzione  $f(x, y) = (x + e^{xy})^2$

### PROVA CONCLUSIVA DI MATEMATICA – II parte

Questa è la II parte della prova e hai 30 minuti per completarla. Va svolta nel foglio protocollo a quadretti, compresi i quesiti teorici.

Il punteggio dell'esercizio è indicato. Ogni quesito teorico vale 2 punti. Ricordo che un punteggio inferiore a 3 nei quesiti teorici può portare alla convocazione alla prova orale.

---

ESERCIZIO (PUNTI 10)

Data la trasformazione lineare

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + z \\ x + y - z \\ -y + 2z \end{pmatrix}$$

si dica tra quali spazi opera e se è invertibile. Si indichi la dimensione e una base dell'immagine di  $T$  ( $\text{Im}T$ ). Si provi che  $(1, 2, -1)$  appartiene a  $\text{Im}T$  e si trovi un vettore non nullo di  $\text{Im}T$  ortogonale ad esso. Si provi infine che la controimmagine del vettore nullo è il sottospazio generato da  $(-1, 2, 1)$ .

---

QUESITO 1. Si dica in che cosa consiste la formula di integrazione per parti.

QUESITO 2. Che cosa significa per definizione che i vettori  $v^1, v^2, \dots, v^k$  sono linearmente indipendenti?

QUESITO 3. Si enunci il teorema di Rouché-Capelli.

QUESITO 4. Si indichi una condizione che permette di concludere, per una funzione  $f(x, y)$ , che un punto stazionario è punto di massimo locale.