

COGNOME																	
NOME																	
MATRICOLA											VR						

PROVA INTERMEDIA di MATEMATICA

Vicenza, 07/11/2025

La prova consiste in 10 esercizi a risposta aperta e 5 domande di carattere teorico. Hai 45 minuti per completare la prova. Per ciascun quesito hai a disposizione un po' di spazio per riportare, oltre al risultato finale, **anche i passaggi essenziali**. La risposta pienamente corretta è quella in cui sono corretti sia il risultato sia il procedimento di soluzione. **Tutto lo svolgimento deve essere riportato su questo foglio.** Ogni esercizio e ogni domanda teorica valgono 2 punti.

ESERCIZIO 1. Si dica se $(x + 1)$ è un divisore di $x^5 + x^3 + 2$

ESERCIZIO 2. Riscrivere l'espressione $\frac{e^x}{x} + \frac{x}{e^x}$ raccogliendo xe^x e semplificare

ESERCIZIO 3. Risolvere l'equazione $\ln(x + 1) + 2 = 0$

ESERCIZIO 4. Risolvere la disequazione $x - \frac{3}{x} < 2$

ESERCIZIO 5. Disegnare nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione $x(y + 1) < 0$

ESERCIZIO 6. Operando con le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione $f(x) = 1 - \ln|x|$

ESERCIZIO 7. Si trovi l'immagine dell'intervallo $(-2, -1)$ attraverso la funzione $f(x) = -\frac{1}{x}$

ESERCIZIO 8. Si calcoli il $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\ln(1-x)}$

ESERCIZIO 9. Si calcoli la derivata della funzione $f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$

ESERCIZIO 10. Si trovino i punti stazionari della funzione $f(x) = x \ln x$

DOMANDA 1. Che cosa significa che una funzione è iniettiva?

DOMANDA 2. Che cosa si intende con controimmagine di un dato insieme attraverso una funzione f ?

DOMANDA 3. Si enunci il teorema degli zeri.

DOMANDA 4. Se f è una funzione non derivabile, possiamo dire con certezza qualcosa sulla sua continuità?

DOMANDA 5. Si fornisca l'interpretazione geometrica della derivata.

COGNOME														
NOME														
MATRICOLA										VR				

PROVA INTERMEDIA di MATEMATICA

Vicenza, 07/11/2025

La prova consiste in 10 esercizi a risposta aperta e 5 domande di carattere teorico. Hai 45 minuti per completare la prova. Per ciascun quesito hai a disposizione un po' di spazio per riportare, oltre al risultato finale, **anche i passaggi essenziali**. La risposta pienamente corretta è quella in cui sono corretti sia il risultato sia il procedimento di soluzione.

Tutto lo svolgimento deve essere riportato su questo foglio. Ogni esercizio e ogni domanda teorica valgono 2 punti.

ESERCIZIO 1. Si dica se il polinomio $x^5 - x^4 + 2$ ha tra i suoi divisori il polinomio $(x + 1)$

ESERCIZIO 2. Riscrivere l'espressione $\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}$ raccogliendo \sqrt{x} e semplificare

ESERCIZIO 3. Risolvere l'equazione $2 - e^{x+1} = 0$

ESERCIZIO 4. Risolvere la disequazione $x + 1 < \frac{2}{x}$

ESERCIZIO 5. Disegnare nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione $(x + 1)y < 0$

ESERCIZIO 6. Operando con le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione $f(x) = 1 - \sqrt{|x|}$

ESERCIZIO 7. Si trovi l'immagine dell'intervallo $(\frac{1}{e}, e)$ attraverso la funzione $f(x) = -\ln x$

ESERCIZIO 8. Si calcoli il $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\ln(x-1)}{1-x}$

ESERCIZIO 9. Si calcoli la derivata della funzione $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x} + x\right)$

ESERCIZIO 10. Si trovino i punti stazionari della funzione $f(x) = xe^x$

DOMANDA 6. Che cosa significa che una funzione è suriettiva?

DOMANDA 7. Che cosa si intende con controimmagine di un dato insieme attraverso una funzione f ?

DOMANDA 8. Si enunci il teorema di Weierstrass.

DOMANDA 9. Se f è una funzione continua, possiamo dire con certezza qualcosa sulla sua derivabilità?

DOMANDA 10. Si fornisca la definizione di derivata di una funzione f in un punto x_0 .

COGNOME																	
NOME																	
MATRICOLA											VR						

PROVA INTERMEDIA di MATEMATICA

Vicenza, 07/11/2025

La prova consiste in 10 esercizi a risposta aperta e 5 domande di carattere teorico. Hai 45 minuti per completare la prova. Per ciascun quesito hai a disposizione un po' di spazio per riportare, oltre al risultato finale, **anche i passaggi essenziali**. La risposta pienamente corretta è quella in cui sono corretti sia il risultato sia il procedimento di soluzione. **Tutto lo svolgimento deve essere riportato su questo foglio.** Ogni esercizio e ogni domanda teorica valgono 2 punti.

ESERCIZIO 1. Si completi il quadrato nel polinomio $x^2 - \frac{1}{2}x + 1$

ESERCIZIO 2. Riscrivere l'espressione $xe^x + \sqrt{x} e^{2x}$ raccogliendo $\sqrt{x} e^x$

ESERCIZIO 3. Risolvere l'equazione $3 - 2\sqrt{x+1} = 0$

ESERCIZIO 4. Risolvere la disequazione $x + \frac{3}{x} < 4$

ESERCIZIO 5. Disegnare nel piano l'insieme delle soluzioni della disequazione $x^2 - y^2 > 0$

ESERCIZIO 6. Operando con le trasformazioni elementari, si disegni il grafico della funzione $f(x) = 1 - e^{|x|}$

ESERCIZIO 7. Si trovi l'immagine dell'intervallo $(\frac{1}{4}, 3)$ attraverso la funzione $f(x) = -\sqrt{x}$

ESERCIZIO 8. Si calcoli il $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\ln(1-x)}{\ln x - 1}$

ESERCIZIO 9. Si calcoli la derivata della funzione $f(x) = xe^{1/x}$

ESERCIZIO 10. Si dica se la funzione $f(x) = x + \ln x$ ha punti stazionari.

DOMANDA 11. Che cosa significa che una funzione è pari?

DOMANDA 12. Che cosa si intende con controimmagine di un dato insieme attraverso una funzione f ?

DOMANDA 13. Se f è continua nell'intervallo $[a, b]$, che cosa si può dire dell'immagine attraverso f di $[a, b]$?

DOMANDA 14. Si commenti l'affermazione: se f è non derivabile, certamente f non è continua.

DOMANDA 15. Si scriva il limite del rapporto incrementale di $f(x) = x + \ln x$ nel punto $x_0 = 1$